3. *Arco di parabola definito da tre punti*

Per tre punti non passa una sola parabola, ma un fascio di parabole. Il metodo di Bézier, che sfrutta solo tre punti, di fatto vincola il punto intermedio a corrispondere al valore temporale `t/2`.

Vediamo ora come costruire un fascio di parabole per tre punti: `Po, Pt, Pf`.

Consideriamo l' equazione di Bézier di grado 2 (nel solo termine x):

```
x=xo*(1-t)^2+2*xi*(1-t)*t+ xf*t^2
```

Se `Pt` appartiene alla parabola deve risultare:

```
xt=xo*(1-t)^2+2*xi*(1-t)*t+ xf*t^2
2*xi*(1-t)*t =xt-xo*(1-t)^2-xf*t^2
xi =(xt-xo*(1-t)^2-xf*t^2)/ (t-t^2)/2
```

con `t` diverso da `0` e da `1`.

Se assegniamo un determinato valore `tt` a `t` avremo una determinata parabola. Per `tt=1/2` si riottiene il caso esaminato al punto *1*.

```
xi =(xt-xo*(1-tt)^2-xf*tt^2)/(tt-tt^2)/2
yi =(yt-yo*(1-tt)^2-yf*tt^2)/(tt-tt^2)/2
x=xo*(1-t)^2+2*xi*(1-t)*t+ xf*t^2
y=yo*(1-t)^2+2*yi*(1-t)*t+ yf*t^2
```

Il valore `tt` può anche essere scelto al di fuori dell'intervallo `[0,1]`. In questo caso tale punto di passaggio sarà antecedente o posteriore agli estremi dell'arco `Po, Pf`.
Per estendere la curva anche a questo valore occorre ampliare l'intervallo di iterazione:

```
for i=0 to n
```

aggiungendo ulteriori `nt` nodi:

```
for i=-nt to n      !se tt<0
for i=0 to n+nt     !se tt>1
```

Il valore `nt`, per comprendere il punto `Pt`, dovrà essere scelto in modo che, nel caso di `tt<0`, per `i=-nt` risulti:

```
t=i/n, tt=-nt/n , nt=-tt*n
```

In generale `nt` non sarà un numero intero, per cui la poligonale non partirà o non terminerà esattamente in `Pt`.

Analogamente con `tt>1` per `i=n+nt` dovrà risultare:

```
t=i/n,   tt=(n+nt)/n,   nt=tt*n-n
```

Conviene introdurre l'approssimazione dell'intero per eccesso con il comando `CEIL`:

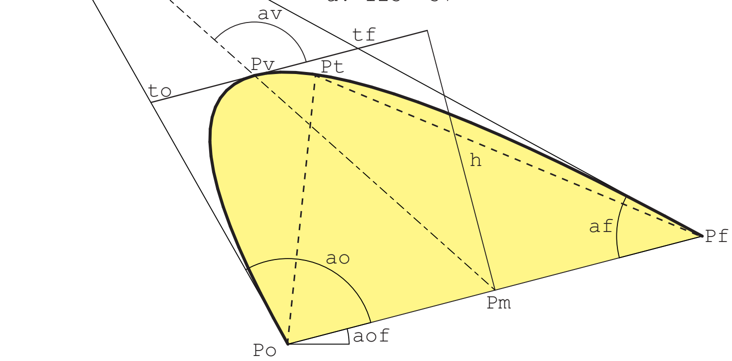
```
if tt<0 then nt0=CEIL(-tt*n)  else nt0=0
if tt>1 then nt1=CEIL(n*tt-n) else nt1=0

for i=-nt0 to n+nt1
```

Gli esempi sottostanti mostrano come varia l’arco al variare del solo parametro `tt`

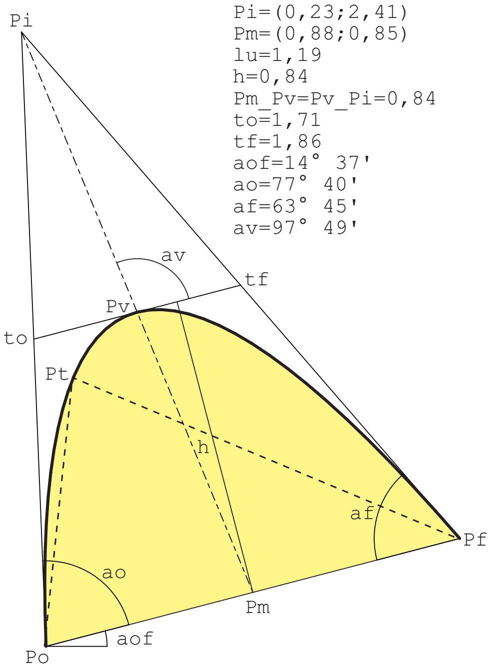
tt=0,62

Po=(0,30;0,70)
Pt=(0,38;1,45)
Pv=(0,21;1,45)
Pf=(1,45;1,00)
Pi=(-0,46;2,04)
Pm=(0,88;0,85)
lu=1,19
h=0,75
Pm_Pv=Pv_Pi=0,90
to=1,54
tf=2,18
aof=14° 37'
ao=104° 55'
af=43° 14'
av=123° 37'



tt=0,30

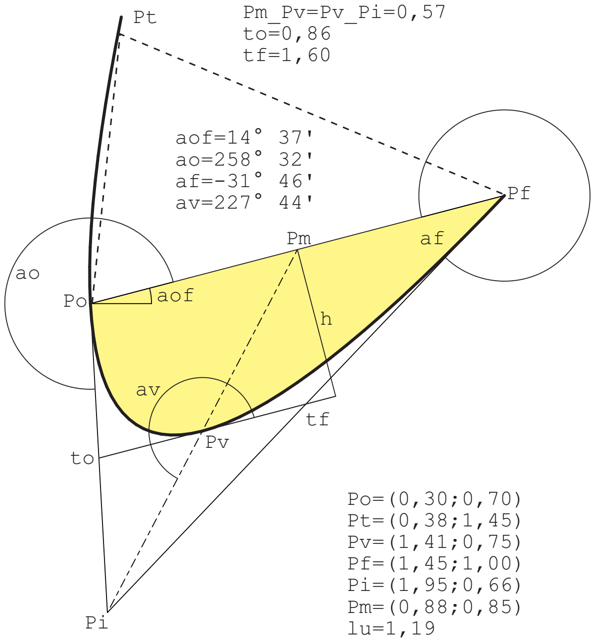
Po=(0,30;0,70)
Pt=(0,38;1,45)
Pv=(0,55;1,63)
Pf=(1,45;1,00)
Pi=(0,23;2,41)
Pm=(0,88;0,85)
lu=1,19
h=0,84
Pm_Pv=Pv_Pi=0,84
to=1,71
tf=1,86
aof=14° 37'
ao=77° 40'
af=63° 45'
av=97° 49'



tt=-0,32

Po=(0,30;0,70)
Pt=(0,38;1,45)
Pv=(0,61;0,35)
Pf=(1,45;1,00)
Pi=(0,35;-0,16)
Pm=(0,88;0,85)
lu=1,19
h=-0,42
Pm_Pv=Pv_Pi=0,57
to=0,86
tf=1,60

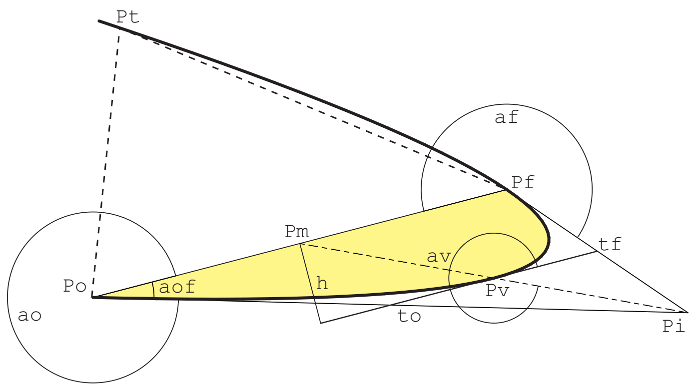
aof=14° 37'
ao=258° 32'
af=-31° 46'
av=227° 44'



tt=1,51

Po=(0,30;0,70)
Pt=(0,38;1,45)
Pv=(1,41;0,75)
Pf=(1,45;1,00)
Pi=(1,95;0,66)
Pm=(0,88;0,85)
lu=1,19
h=-0,23
Pm_Pv=Pv_Pi=0,55
to=1,65
tf=0,61

aof=14° 37'
ao=343° 54'
af=-131° 10'
av=335° 15'



Gli esempi sottostanti mostrano una applicazione 3D del fascio di parabole.
Un fascio di curve può sempre essere trasformato in superficie, attribuendo ad ogni curva una altezza proporzionale al parametro che defiisce la singola curva entro il fascio.
All'arco di parabola è poi stato addossato un semicerchio.